

# پرسش و پاسخ درباره هندسه به مثابه موجود موزعا ساده

امیرحسین اکبرطباطبایی، آرش رستگار

پیاده‌سازی و بازنویسی: کاوه قبادی، سامان فرحت

**امیرحسین اکبرطباطبایی:** یک نکته‌ای را هم فراموش کردم، به خاطر طولانی و تو در تو شدن بحث، فکر کنم دعوایی که بر سر هندسه داریم، هندسه‌ای که من می‌خواهم و شما می‌گویید که برو فلان جا پیدا کن و... را باید موکول کنیم به بعد. به هر حال این‌جا یک چیزهای خیلی خوبی می‌گویید که یونیفای کردن نباید این‌طور باشد. یک کاری بکنید که بقیه در حد آنالوژی باشند با این و نسبت به این، من یک حسی دارم، اما نمی‌دانم که چه جور هندسه‌ای مد نظرتان است. ولی می‌فهمم که چه چیزی مد نظرتان نیست و دقیقا من هم همان مد نظر من نیست. یعنی من نظرم این است که اگر یک وقتی هندسه‌ای درست شد، و آوردم به شما نشان بدهم، در یک جزوه‌ای بنویسم و بیاورم در کلاس به شما تحویل بدهم، آن وقت خوشحال می‌شوید از دیدنش و تایید می‌کنید که این بازی مجرد بی‌مزه یا ابسترکشن خالی نیست. شما که خودتان می‌گویید که من به این راحتی جرات نمی‌کنم که بگویم که جیکوب لوری فلان است، اگر شما نمی‌کنید که دیگر من هم نمی‌کنم. ولی من هم حسم به کاری که جیکوب لوری می‌کند این است که تا حدی این کار ابسترکشن بی‌مزه‌ای است. اما چیزی که من می‌خواهم عمیق‌تر از این حرف‌هاست. چیزی که در آن یک چیز مهم بینیم، نه این که فقط همین طوری به شکل ظاهری این‌ها را با هم بیخودی یونیفای کنیم، یا این که ساختار خیلی ساده‌ای باشد و به خاطر این که ساده است، این‌ها را یونیفای می‌کنیم. من به دنبال چیز عمیق‌تری هستم که چیزهایی را به آن‌ها بگویم هندسه که معمولا مردم به هیچ وجه به آن‌ها هندسه نمی‌گویند و در آن هندسه نمی‌بینند و آن هندسه‌های معمول هم حالا از این به دست خواهند آمد. این که می‌گویید در حد آنالوژی به دست بیاورم را نمی‌فهمم که اینکلوزن نباشد و این‌ها. ولی نکته مهمی که برای گفتن داشتم، این بود که با شما موافقم در مورد جیکوب لوری و من هم دنبال چیزی بیشتر از این می‌گردم، و اتفاقا دارم تلاش می‌کنم که فراپارادایم فکر کنم، و نمی‌خواهم به دست این‌ها نگاه کنم. متوجهم که آنی که می‌گویم، این حس را می‌دهد که به نظر به دست این‌ها نگاه کردم، اما من آن را اسنس هندسه می‌یابم. ممکن است پرت و پلا بگویم که احتمالش هم زیاد است، ولی آن چیزی که من اسنس هندسه می‌یابم در برابر توپولوژی این است که هندسه مطالعه موجودی موزعا ساده است، در معنای وسیع کلمه، اما توپولوژی مطالعه‌ی فضا هست به هر معنی‌ای که می‌تواند داشته باشد، و اگر خودتان را به فضاهای موزعا ساده محدود کنید، آن وقت من این را هندسه می‌بینم. ممکن است این فهم یونیورسال من هم فهم غلطی باشد و اگر شما فهم یونیورسال بهتری دارید، حتما به من یاد می‌دهید و من خوشحال می‌شوم که یک طور عمیق‌تر و بزرگ‌تری نگاه کنم به هندسه. اما فعلا هندسه را این‌طوری می‌بینم. خواستم فقط این نکته را بگویم و این انتقادی که از جیکوب لوری کردید، من هم همراهی‌تان کنم که درست می‌گویید.

آرش رستگار: یک سوال درباره این که هندسه چیست- مثلا کتگوری کوازای کوهیرنت شیف‌های روی یک اسکیم که با آن کانتسویچ و روزنبرگ هندسه انجام می‌دهند و به آن هندسه ناجابجایی می‌گویند، آیا آن هم برهم نهی چیزهای موضعی است؟ که همان طور یک موجودات آفینی می‌شود تعریف کرد که این کتگوری چسباندن آن‌هاست؟ درسته که هر شیفی روی هر اسکیمی یک جوری از شیف‌های روی آفین‌ها می‌آید، اما گمان نمی‌کنم که در آن کتگوری این طوری باشد.

امیرحسین اکبرطباطبایی: بازخورد به هندسه چیست- اما درباره‌ی هندسه، چون هندسه مربوط به دبه‌ای است که من دارم این وسط. بعد بر می‌گردم و آن‌جا شروع می‌کنم یک ذره درباره‌ی مطالب شما حرف زدن. این‌ها که شما می‌گویید و یک کم هم سخت است. آن لنگندز را هم به عهده نمی‌گیرم. ولی یک کار دیگر به نظرم مهم است. مخصوصا برای این که بالاخره این شخصی است و مربوط به شماست. و من حدس می‌زنم، و کار خوبیست که می‌کنید که مدام به مدولار فرم برمی‌گردید. به خاطر این که هم تخصص شماست و هم کار حرفه‌ای خیلی سطح بالایی است اصلا. یک کار خوبیست. ولی آن وقت باید قبل از این که این طرف و آن طرف را بررسی کنیم مدولار فرم را یک هوا باز کنیم و بگوییم که این چرا مهم است، این‌جا چکار می‌کند و این‌ها، و مطمئن نیستیم که الان این‌جا جایش باشد که این کار را بکنم، یعنی پیرسم از شما که این کار را برای ما بکنید. یا مثلا باید بگذاریم وقتی که رسیدیم به نظریه‌ی اعداد که ممکن است همین راس بعدی باشد. خیلی عجله نکنیم، سر جایش باز کنیم. هزینه‌ای که باید بدهیم این است که حالا کوتاه بیایم و بگوییم که اهمیت لنگندز برای چه می‌تواند باشد و ارتباط این‌ها. فکر کنم ضرری هم ندارد. خیلی خب این از مهمات من. عرضم به حضورتان که من این نکته‌تان را دیدم که خیلی قشنگ بود. این که می‌گویید که آن رهیافت روزنبرگ را به هندسه چکار می‌خواهید بکنید؟ در واقع، بگذارید من یک کم فکر کنم. من تصور می‌کنم که من نمی‌دانم آن را می‌شود لوکال نوشت یا نه. ولی متوجه‌ام که کلا یک روش این جوری خالی هندسه جبری معمولی هم، مثلا فانکتور نقاط، که روش مورد علاقه گروتندیک هم هست، یک روشی نیست که دیگر ربطی به لوکالیتی و این‌ها داشته باشد. به آن معنی هم می‌شود حرف زد. ولی آن هم در آن یک جور لوکالیتی هست. من فکر می‌کنم اینجا هم هست. مثلا در نسخه توئن اینها هم نمی‌دانم هست یا نه. مثلا آنی که بعدا می‌کنندش هوموتوپیکال که با مونویدال کتگوری شروع می‌کنند. یک عالم نسخه داریم دیگر. این اصلا کلا تمرین خوبی است برای من که فکر می‌کنم یک لوکالیتی یک جایی هست. یک کم فکر کنم به این که آیا لوکالیتی اینها را من می‌توانم پیدا کنم یا بی‌خود دارم حرف می‌زنم و لوکالیتی در کار نیست. چیز دیگر این که یک جور موجود ساده آن پشت وجود دارد. مثلا در همان نسخه فانکتور نقاط هم، فانکتورهای که از حلقه‌های جابجایی می‌روند یک جایی بالاخره. یک چیزی این وسط هست. یعنی آبجکت ساده‌ای بالاخره باید موجود باشد به نظرم. به یک معنی حالا می‌تواند معنی خیلی مجرد تو این‌ها باشد. یا شاید هم اشتباه می‌کنم. مثلا الان دارم فکر می‌کنم و وسط این که دارم حرف می‌زنم فکر می‌کنم. در آن نسخه توئن‌شان این هم هست دیگر. در آن توئن‌شان هم آن رینگ در واقع کامیوتیو آبجکت

در مونوپیدآل کتگوری است. آن جا هم هست که بعد اسپکتروم و این ها می نویسیم. کلا همه شان یک آبجکت ساده دارند. حالا بستگی دارد که شما چه می بینید این را. من این جور می بینم که آبجکت ساده ای هست، اسپکتروم حالا و شما می خواهید اسپکترومش را ننویسید، این هم بالاخره خودش را بگیرد مثلا کتگوری. آپوزیتش بالاخره هست. یک چیزی در اینجا، یک موجود ساده. شما فیکس کردید ولی عرض کنم که حالا یادم نیست آن فرمت روزنبرگ چه طور بود. آن را هم من نگاه می کنم و می آیم می گویم. ولی این هم حرفی است که ممکن است. یک حسی دارم که یک جوری وجود دارد بالاخره. این یک دانه را نمی دانم ولی ممکن است که حالا شما مثلا آن رینگ ها را ببینید. به عنوان کمیت هایی که ما داریم به کمک آن ها اندازه می گیریم و ربطی به لوکالیتی ندارند آن ها را ببینید. این هم می فهمم که کمی ویژن برای هندسه جبری می شود، ولی یک حس سفتی دارم که ما هم همیشه هندسه مان از چسباندن اشیاء به یک معنی ساده ای که خیلی می توانید این معنی را گشاد بگیرید، به دست بیاوریم. حالا آن فرمت چیز را هم من معادل با این حرف هایی که می زنم می گیرم. بگذارید بروم نگاه کنم الکی حرف نزنم. این از این. این مربوط به هندسه. در ادامه حالا شما بیابید و بگویید هر چه می خواهید بگویید. که بهتر من ولی بروم نگاه بکنم تا بیایم ببینم دست کم در این نسخه ای که داریم، هم آیا ممکن است؟ مثلا من تصورم این است که نقطه نظرم ان را عوض می کنیم. می شود دو جور هر کدام از این ها را دید. لوکالی به هم بچسبانیم با اینترکشن هایش که خوب می گوید در متن تان که این جزء نگرانه است. من هم با شما موافق هستم که جزء نگرانه است، ولی مگر همه این جزء نگرانه ها یک کل نگر معادل ندارند؟ که دست کم آن هایی که ما بلدیم، حالا این یک دانه را استثناء کنیم که یادم نیست و فکر کنم داریم که معادل کل نگرش فانکتور نقاط هست دیگر، نه؟ در هندسه جبری. و آن جا شما اینترکشن را نگاه می کنید. می بینید که این دارد چه کار می کند. کار ندارد به چیزی از آن که خوب آن جا هم من ترجیح می دهم اتفاقا کل نگر را. ولی خب آن کل نگر هم مگر مبنایش اینترکشن طرف با موجودات ساده ای نیست؟ حالا لوکالی نیست قبول. ولی بر اساس اینترکشن با یک سری ساده است. باید حرفم را انگاری عوض کنم به این که اگر بخواهم مثلا نزدیک باشم به این چیزی که شما می گوید که خیلی خوب باشد، بیابید یک لحظه کوتاه بیایم، ولی فکر می کنم نباید کوتاه بیایم ها! همیشه می توانم من این را به یک جور گلوپینگ تبدیل کنم از چیزهای کوچک، ولی حالا مثلا با یک کولیمیتی چیزی یا با یک جور مثلا پوششی، ولی همین جوری اگر فاصله بگیرم، این نسخه ی کل نگری که شما پیشنهاد می دهید اصلا چیست، اگر همین جوری فارسی بخواهیم بگوییم؟ بدون جزئیات و فرمت. من تصور می کنم که آنی که می گوید مثلا چیزی شبیه فانکتور نقاط است که حرف هایتان این است که خیلی خب، من روابطش را در نظر می گیرم کل نگر که باشم. کاری که می کند این هندسه، مثلا مورفیسم های موجود هندسی من با دیگران. بعد آن دیگران باید موجودات ساه ای باشند دیگر، وگرنه شما هیچ چیز را به هیچ چیز ری دیوس نکردید. که اون ساده های من که حالا ممکن است لوکالی نپوشانند. آن چیز بزرگ را که فکر کنم می پوشانند. ولی به یک معنی می کنند این کار را و دیگر به یک معنی، که حتما می کنند. نمی دانم که الان این چیزها را باید بشینم حرف بزئم؟ عقم را جمع کنم بعد بیایم حرف بزئم؟

بگذارید همین جوری حرف بزنم بی خود. شما فرض کنید که من یک کتگوری C به شما می‌دهم و شما دیگر چه کار می‌خواهید بکنید؟ بگویید که اینتراکشن موجود توپولوژیک هندسی که در ذهن‌تان هست، که نمی‌دانیم چیست. این موجودات ساده را به من می‌دهید دیگر. این کار را که می‌کنید در آن نگاه کل نگران. اگر نمی‌کنید که خب دارید بیشتر می‌روید بالاتر. می‌روید که خب چه بهتر. ولی اگر این کار را می‌کنید به من می‌دهید از C مثلا به ست دیگر. حالا ساختمان هم اصلا در نظر نمی‌گیریم که مثلا این رینگ است یا لوکال رینگ است یا نمی‌دانم هر چیز که شما فرض کردید. اصلا مجموعه! یک فانکتور از C به مجموعه. این را به من می‌دهید دیگر و خب بعد این فانکتور یک جانوریست که می‌نشیند در مجموعه به توان C و یک آبجکتی آن جاست، یعنی انگار دارید به من می‌گویید که بعضی از این آبجکت‌ها طوری که در ست به توان C می‌نشینند، این‌ها چیز هستند، حالا همه‌ی شان که نه، بعضی‌هایشان که یا به دلایلی که شما بهشان علاقه دارید، این‌ها موجودات هندسی مورد علاقه شما هستند. خیلی خب اگر این‌طور است بعد من حرفم این است که خب مگر غیر از این است که هر f که در کتگوری مجموعه به توان C هست از این yoneda‌های در حد آپوزیتش، از این یونداها با کولیمیت ساخته می‌شوند؟ چون این کوکامپلیشن است و هر چیزی را می‌شود اینجا کولیمیت نوشت. بنابراین هر چیزی واقعا از چسبیدن آن‌ها به دست می‌آید. موضوع این است که شما آن چسب‌ها را چه قدر می‌خواهید محدود بگیرید؟ چه قدر می‌خواهید چه جور چسبیدن‌هایی را می‌خواهید؟ چه جور‌هایی از آن‌ها را نمی‌خواهید بگیرید؟ نه روی هر نگاشتی. روی یک سری باز. حرفم این است که این دو تا نگاه، اگر خیلی فاصله بگیریم که اینتراکشن‌های موجود هندسی ناموجود را بگیریم با موجودات ساده که داده شده‌اند و یا بگویید که نه این از گلوبینگ به دست آمده، اینجا دیگر ساده‌ها موجودات ساده‌ای نیستند. نسخه یونداایش هستند که این فرقی هم نمی‌کند. یک حرف هستند. یکی جزء نگر است یک جورهایی و یکیش هم کل نگر است. این را می‌فهمم و به نظرم خب این دو حرف هم یکی هستند اساسا. موضوع این است که آن گلو و این‌ها را چه کار می‌خواهید بکنید و حالا بیا بیا برای من بگویید دیگر. بگویید که شما چه جوری نگاه می‌کنید به این قضیه. کل نگران شبیه همین کل نگری است که من دارم می‌گویم؟ که بالاخره اینتراکشن آن را مثل موجودات ساده آن موجودات ساده‌اند؟ بالاخره من نمی‌توانم موجود عجیب و غریب هندسی، باید اینتراسپکت کنم از یک لنز کوچولوی باید من نگاه کنم. که آن لنزیست که من می‌فهمم. حالا می‌خواهد رینگ باشد، می‌خواهد باز باشد، باز معمولی باشد یا هرچه بالاخره. من یک چیزی، لنز می‌خواهم که آن موجود را اینتراسپکت کنم. آن فیلد بزرگ را و بعد این ایمیج‌ها را جمع کنم کنار هم. یا شما یک جور دیگر می‌بینید، می‌گویید که نه اصلا لازم ندارد هندسه به موجودات ساده‌ای که با آن‌ها اینتراسپکت کنیم، که خب آن وقت که راه بهتر و جالب‌تری ممکن است باشد. حالا این‌ها را هم می‌توانید بیا بیا همین جوری با هم گپ بزنیم.